**Exercice 14 :**

Soit la fonction $f : x \mapsto \sqrt{2x - x^2}$ .

1°/ Etudier la dérivabilité de $f$.

2°/ Etudier les variations de $f$.

3°/ Résoudre dans **R** l'équation : $f(x) = x$ .

4°/ Soit $\varphi$ la restriction de $f$ à $[0,1]$.

a) Montrer que $\varphi$ est une bijection de $[0,1]$ sur un intervalle J que l'on préc

b) Expliciter $\varphi^{-1}$ .

**Exercice 15 :**

Soit $g(x) = x^3 + 12x - 2$ .

1°/ Etudier les variations de $g$.

2°/a) Montrer qu'il existe un seul réel $\alpha$ tel que $g(\alpha)=0$ et que $0 < \alpha < 1$ .

b) Etudier le signe de $g(x)$.

3°/ Soit $f : x \mapsto \dfrac{x^3 + 1}{x^2 + 4}$.

a) Montrer que $f$ est dérivable sur **R** et que $\forall x \in \mathbf{R}$, $f'(x) = \dfrac{x \cdot g(x)}{(x^2+4)^2}$ .

b) Montrer que $f(\alpha) = \dfrac{3 - 12\alpha}{\alpha^2 + 4}$ .

4°/ Etudier les variations de $f$.

**Exercice 16 :**

Soit $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$

$$x \mapsto \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

1°/ Etudier les variations de $f$ et en déduire $f(\mathbf{R})$.

2°/ Soit (E) : $f(x) = x$ .

Montrer que (E) est équivalente à $g(x) = 0$ où $g$ est une fonction polynôme de $3^{\circ}$ degré.

3°/ Déterminer le nombre de solutions de l'équation (E). Interpréter géométriquement .

4°/ Soit $\varphi$ la restriction de $f$ à l'intervalle $\mathbf{R}_+$ .